

Confronto fra i sistemi di modulazione AM, DSB e SSB

1. Introduzione

Chi si occupa di autocostruzione avrà sicuramente notato che alcuni progetti sono relativi a RTX operanti in banda laterale unica (SSB), nella fattispecie LSB o USB, a seconda che operino nelle bande basse (3.5 e 7 MHz) o nelle altre bande, altri apparati (più semplici) implementano la sola AM o il CW, mentre qualcuno è in grado di operare in doppia banda laterale (DSB).

Ma quali sono le caratteristiche di ciascuno di questi sistemi di modulazione, e quali i vantaggi (e svantaggi) di uno rispetto agli altri.

E' proprio quello che ho cercato di ricostruire partendo dai miei vecchi testi universitari, cercando di presentarlo nel modo più chiaro possibile.

2. Sistemi di modulazione lineare

I sistemi di modulazione lineare sono caratterizzati dalla traslazione in frequenza dello spettro del segnale modulante, senza apportare alcuna modifica ad esso.

2.1 Modulazione d' ampiezza (AM)

Come mostrato nella fig.1, dato il segnale modulante $x(t)$, per es. quello presente all' uscita di un microfono e contenente il messaggio vocale dell' operatore, il cui spettro in banda base è $X(f)$, se questo va a modulare una portante a frequenza f_c , si ottiene un segnale modulato $x_c(t)$ il cui spettro sarà $X_c(f)$.

In termini matematici si ottiene :

$$x_c(t) = A_c \cdot [1 + m \cdot x(t)] \cdot \cos \omega_c t$$

dove :

$x(t)$ = segnale modulante in banda base, con banda W e potenza media P_x ($P_x < 1$)

m = indice di modulazione ($m \leq 1$)

A_c = ampiezza della portante

ω_c = frequenza angolare della portante ($\omega_c = 2\pi f_c$)

Come si vede in fig. 1, lo spettro $X_c(f)$ del segnale modulato in ampiezza consiste di :

- . replica positiva dello spettro $X(f)$ centrata sulla frequenza portante f_c
- . replica negativa dello spettro $X(f)$ centrata sulla frequenza speculare $-f_c$
- . righe rappresentanti la portante centrate a $\pm f_c$

Assumendo che la banda del segnale modulante $x(t)$ sia pari a W (per es. 4 KHz per il classico segnale microfonico), la banda di trasmissione richiesta per un segnale in AM è pari a :

$$B_T = 2W$$

ovvero il doppio della banda originaria.

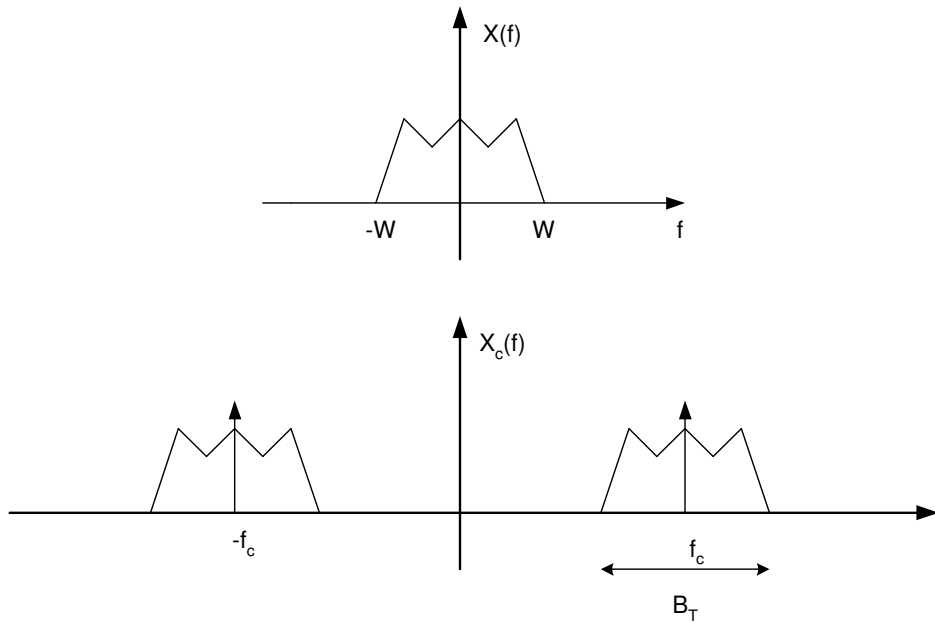


Fig. 1 – Spettro del segnale modulato in AM

La potenza media del segnale $x_c(t)$ trasmesso, indicata con P_{RF} , si può dimostrare essere uguale a :

$$P_{RF} = (1 + m^2 P_x) \frac{A_c^2}{2} = \frac{A_c^2}{2} + m^2 P_x \frac{A_c^2}{2} = P_c + 2P_{SB}$$

dove :

$$P_c = \frac{A_c^2}{2}$$

è la potenza della portante, mentre :

$$P_{SB} = m^2 P_x \frac{A_c^2}{4} = m^2 P_x \frac{P_c}{2} \leq \frac{P_c}{2}$$

è la potenza per banda laterale.

Da ciò segue che :

$$P_c = P_{RF} - 2P_{SB} \geq \frac{P_{RF}}{2}$$

ovvero almeno il 50% della potenza trasmessa P_{RF} finisce sprecato nella portante.

Questo apparente spreco ha però un vantaggio : consente di effettuare una rivelazione di inviluppo (non coerente), più semplice ed economica di una rivelazione coerente, richiesta da DSB e SSB.

2.2 Modulazione a doppia banda laterale (DSB)

Dal momento che la portante da sola non trasporta alcuna informazione (il suo spettro è una riga), anzi rappresenta uno spreco di energia, si può pensare di eliminarla dal segnale modulato in ampiezza : il risultato è un segnale modulato in ampiezza a portante soppressa, ovvero un segnale DSB (Double Side Band).

Come mostrato nella fig.2, dato il segnale modulante $x(t)$, per es. quello presente all' uscita di un microfono e contenente il messaggio vocale dell' operatore, il cui spettro in banda base è $X(f)$, se questo va a modulare una portante a frequenza f_c , e si elimina la portante, si ottiene un segnale modulato $x_c(t)$ il cui spettro sarà $X_c(f)$.

In termini matematici si ottiene :

$$x_c(t) = A_c \cdot x(t) \cdot \cos \omega_c t$$

dove :

$x(t)$ = segnale modulante in banda base, con banda W e potenza media P_x ($P_x < 1$)

A_c = ampiezza della portante

ω_c = frequenza angolare della portante ($\omega_c = 2\pi f_c$)

Come si vede in fig. 2, lo spettro $X_c(f)$ del segnale modulato in ampiezza consiste di :

- replica positiva dello spettro $X(f)$ centrata sulla frequenza portante f_c
- replica negativa dello spettro $X(f)$ centrata sulla frequenza speculare $-f_c$

La sostanziale differenza con il segnale AM è che il segnale DSB è zero quando il segnale modulante è zero.

Assumendo che la banda del segnale modulante $x(t)$ sia pari a W , la banda di trasmissione richiesta per un segnale in DSB è pari a :

$$B_T = 2W$$

ovvero il doppio della banda originaria.

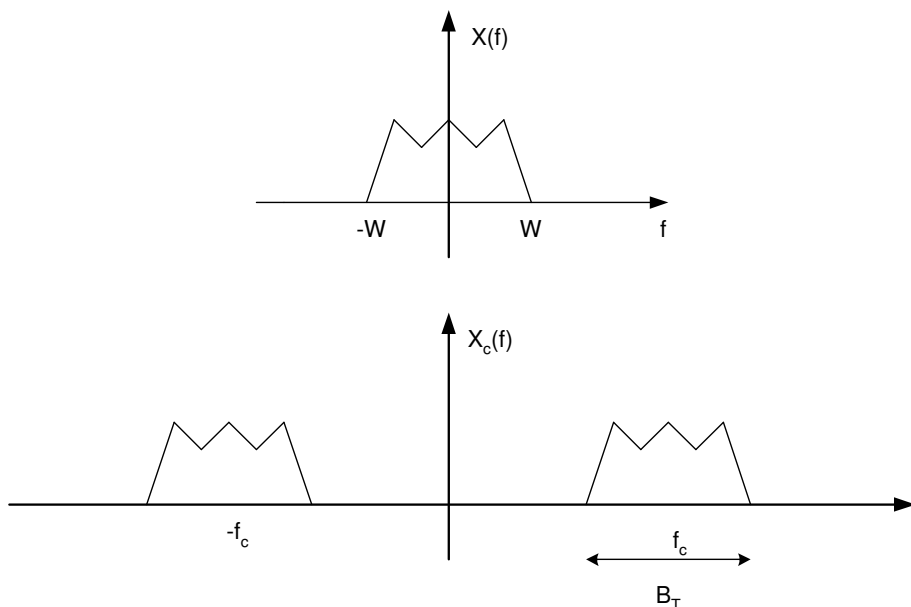


Fig. 2 – Spettro del segnale modulato in DSB

La potenza media del segnale trasmesso risulta uguale a :

$$P_{RF} = 2P_{SB} = \frac{P_x A_c^2}{2}$$

2.3 Modulazione a banda laterale unica (SSB)

Il passaggio da AM a DSB consente di eliminare lo spreco di potenza legato alla presenza della portante non modulata ; un segnale AM, ed analogamente un segnale DSB, portano con sé anche uno spreco di banda, nel senso che dato un segnale modulante $x(t)$ con banda W , il segnale modulato in ampiezza ha una banda RF pari a B_T , ovvero il doppio della banda base.

Pertanto il passo successivo, dopo l'eliminazione della portante, è quello di tagliare una delle due bande laterali, ottenendo un segnale SSB (Single Side Band). La fig. 3 mostra in particolare un segnale DSB a cui è stata tagliata la banda laterale inferiore, per cui esso è un segnale USB (Upper Side Band).

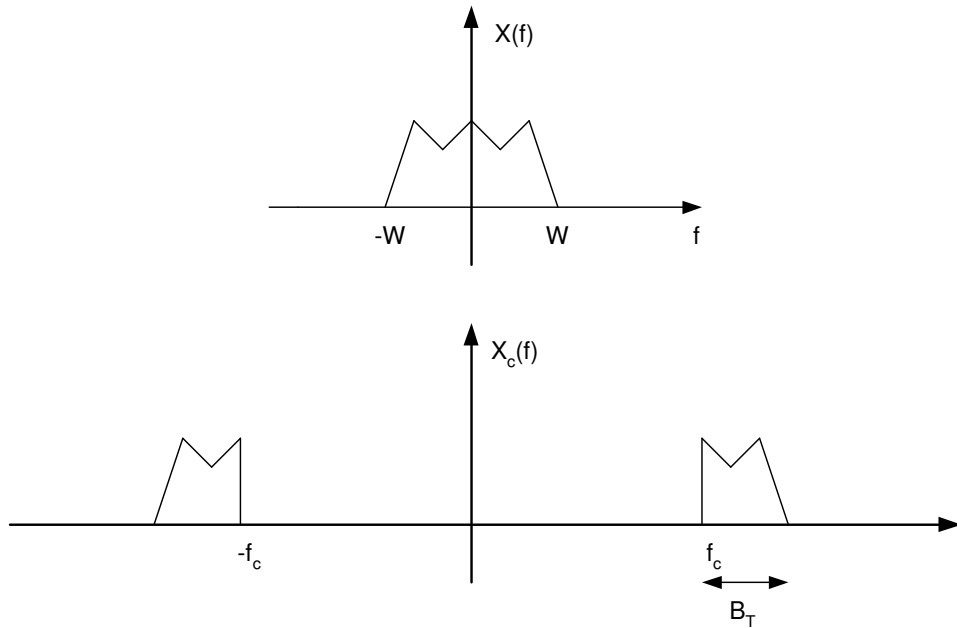


Fig. 3 – Spettro del segnale modulato in USB

La potenza media del segnale trasmesso risulta uguale a :

$$P_{RF} = P_{SB} = \frac{P_x A_c^2}{4}$$

Assumendo che la banda del segnale modulante $x(t)$ sia pari a W , la banda di trasmissione richiesta per un segnale in SSB è pari a :

$$B_T = W$$

ovvero uguale alla banda originaria.

3. Rapporto Segnale/Rumore (S/N)

Per impostare correttamente un confronto, in termini di rapporto Segnale-Rumore (S/N), fra i 3 su esposti sistemi di modulazione, è necessario introdurre il concetto di rumore passabanda.

Il rumore passabanda altro non è che un rumore gaussiano bianco (ovvero a potenza costante su un larghissimo intervallo di frequenza) che viene filtrato da un dispositivo a banda stretta, banda centrata su una frequenza f_c che potrebbe coincidere con la frequenza intermedia del ricevitore.

Assumendo che la banda B_R del ricevitore sia uguale alla banda B_T del segnale trasmesso, la potenza del rumore passabanda si assume uguale a:

$$N_R = P_N = \eta \cdot B_T$$

dove η rappresenta l' ampiezza dello spettro del rumore in ingresso al ricevitore.

Il segnale $v(t)$ costituito dalla somma del segnale utile modulato $x_c(t)$, presente all' ingresso del ricevitore, e dal rumore passabanda $n(t)$, si scrive convenzionalmente come segue :

$$v(t) = K_R \cdot x_c(t) + n(t)$$

dove :

$$K_R = \frac{1}{\sqrt{L}}$$

con L = perdita della catena ricevente

La potenza media S_R del segnale utile nel ricevitore, prima della rivelazione, è uguale :

$$S_R = K_R^2 \cdot P_{RF}$$

mentre la potenza media del rumore è uguale a :

$$N_R = \eta \cdot B_T$$

assumendo che la banda equivalente di rumore del filtraggio pre-detezione sia uguale a B_T .

Da ciò segue che il rapporto S/N prima della detezione è uguale a :

$$\left(\frac{S}{N}\right)_R = \frac{S_R}{N_R} = \frac{S_R}{\eta \cdot B_T} = \frac{W}{B_T} \cdot \gamma$$

dove il parametro γ è uguale :

$$\gamma = \frac{S_R}{\eta \cdot W}$$

Da ciò segue che $(S/N)_R$ è uguale a γ per la SSB mentre è uguale a $\gamma/2$ per la DSB; il parametro γ rappresenta il valore massimo del rapporto Segnale/Rumore dopo detezione, indicato con $(S/N)_D$.

Il problema è adesso esprimere il rapporto $(S/N)_D$ dopo detezione in funzione del rapporto $(S/N)_R$ prima di detezione, e vedere come questo varia a seconda del sistema di modulazione usato.

3.1 DSB

È possibile dimostrare che il segnale in uscita $y_D(t)$ da un rivelatore coerente, seguito da filtraggio passa-basso, quando si applica in ingresso il segnale $v(t)$ modulato in DSB, è dato da :

$$y_D(t) = A_R \cdot x(t) + n_i(t)$$

dove

$$A_R = K_R \cdot A_C$$

è l' ampiezza della portante all' ingresso del rivelatore ed $n_i(t)$ è la sola componente in fase del rumore. Facendo il valore quadratico medio di ambo i membri dell' equazione sopra, si ottiene per la DSB :

$$\left(\frac{S}{N}\right)_D = \frac{A_R^2 \cdot P_X}{N_R} = \frac{2 \cdot S_R}{\eta \cdot B_T} = \frac{S_R}{\eta \cdot W} = \gamma$$

ovvero la DSB, unitamente ad una rivelazione coerente ideale, è equivalente ad una trasmissione in banda base anche se la banda richiesta è doppia. In pratica essa massimizza il rapporto S/N dopo rivelazione, che è uguale a γ .

3.2 AM

È possibile dimostrare che il segnale in uscita $y_D(t)$ da un rivelatore coerente, seguito da filtraggio passa-basso, quando si applica in ingresso il segnale $v(t)$ modulato in AM, è dato da :

$$y_D(t) = A_R \cdot m \cdot x(t) + n_i(t)$$

dove

$$A_R = K_R \cdot A_C$$

è l' ampiezza della portante all' ingresso del rivelatore e m è la profondità di modulazione. Facendo il valore quadratico medio di ambo i membri dell' equazione sopra, si ottiene per la AM :

$$\left(\frac{S}{N}\right)_D = \frac{A_R^2 \cdot m P_X}{N_R} = \frac{2 \cdot m^2 P_X}{1 + m^2 P_X} \left(\frac{S}{N}\right)_R = \frac{m^2 P_X}{1 + m^2 P_X} \gamma \leq \frac{\gamma}{2}$$

ovvero in AM il rapporto S/N dopo rivelazione è limitato dal valore $\gamma/2$, a dimostrazione del fatto che il 50 % della potenza è sprecato nella portante.

Siccome tipicamente $m^2 P_X = 0.1$, il rapporto S/N può arrivare ad essere 7 dB sotto il valore massimo e 10 dB sotto la DSB; in AM si utilizzano pertanto tecniche di compressione che aumentano la profondità e la percentuale di modulazione, con una inevitabile distorsione.

3.3 SSB

E' possibile dimostrare che il segnale in uscita $y_D(t)$ da un rivelatore coerente, seguito da filtraggio passa-basso, quando si applica in ingresso il segnale $v(t)$ modulato in SSB, è dato da :

$$y_D(t) = \frac{A_R}{2} \cdot x(t) + n_i(t) \cdot \cos \pi Wt \pm n_q(t) \cdot \sin \pi Wt$$

dove

$$A_R = K_R \cdot A_C$$

è l' ampiezza della portante all' ingresso del rivelatore ed $n_i(t)$, $n_q(t)$ sono le componenti in fase e quadratura del rumore. Il rapporto S/N dopo il rivelatore è uguale :

$$\left(\frac{S}{N}\right)_D = \frac{A_R^2 \cdot P_X}{4 \cdot N_R} = \left(\frac{S}{N}\right)_R = \gamma$$

Da quanto emerso sopra sembrerebbe che, almeno ragionando in termini di potenze medie, la SSB non porta alcun vantaggio in termini di rapporto S/N (dopo rivelazione) rispetto alla DSB, mentre è indubbio il vantaggio rispetto alla AM.

Fino ad ora abbiamo confrontato i tre sistemi di modulazione lineari assumendo uguali valori di S_R ovvero di potenza media del segnale utile nel ricevitore, prima della rivelazione.

E' più realistico tenere uguali le potenze di picco, riflettendo quindi le limitazioni dei comuni trasmettitori. In questa situazione il rapporto $(S/N)_D$, dopo rivelazione, per la DSB, è 4 volte superiore (+ 6 dB) rispetto a quello ottenibile con la AM, dal momento che le rispettive potenze di picco sono proporzionali a A_C^2 e a $4 A_C^2$.

Analogamente si può dimostrare che il rapporto $(S/N)_D$, dopo rivelazione, per la SSB, è 2-3 dB superiore rispetto all' analogo calcolato per la DSB e quindi 8-9 dB superiore rispetto all' AM.

4. Conclusioni

Al termine di questa sintetica analisi è quindi chiaro che la SSB è al momento il più efficiente dei sistemi di modulazione analogici lineari, sia per quanto attiene al rapporto Segnale/Rumore dopo rivelazione che per quanto riguarda la banda richiesta, uguale a quella in banda base. Quest'ultimo aspetto consente di ottimizzare l' occupazione delle ristrette porzioni di HF destinate all' esercizio di radioamatore.

La SSB, così come la DSB, essendo a portante soppressa, si porta dietro il fascino del S-meter fluttuante durante la modulazione del corrispondente, dal momento che se non c'è modulazione non c'è alcun segnale trasmesso per cui la potenza trasmessa, e quindi quella ricevuta, seguono l' andamento della voce del corrispondente OM.

Spero di non aver tediato nessuno e do, come sempre, il mio indirizzo e-mail aprotopapa@selex-si.com per chiarimenti, commenti o ... critiche.

Bibliografia

[1] A. B. Carlson – Communication Systems – McGraw Hill

[2] A. Papoulis – Signal Analysis – McGraw Hill